
MAPAS TOPOLÓGICOS E TOPOGRAFIAS ENVOLVENTES: REFLEXÕES EPISTEMOLÓGICAS PARA UMA EDUCAÇÃO CARTOGRÁFICA PLURAL

TOPOLOGICAL MAPS AND ENCLOSING TOPOGRAPHIES: EPISTEMOLOGICAL REFLECTIONS FOR A PLURAL CARTOGRAPHIC EDUCATION

MAPAS TOPOLÓGICOS Y TOPOGRAFÍAS INCLUIDAS: REFLEXIONES EPISTEMOLÓGICAS PARA UNA EDUCACIÓN CARTOGRÁFICA PLURAL

Thiara Vichiato Breda¹

RESUMO: Este artigo é um esforço de desfazer uma certa confusão de que as relações topológicas espaciais seriam uma etapa que antecede as relações projetiva-euclidianas. Para isso, iremos recorrer à Filosofia das Ciências (CHAUÍ, 2000), sobre as ideias de evolução e progresso presente em narrativas da modernidade. Neste campo, poderemos compreender que as geometrias euclidianas (que opera com o espaço plano) e as geometrias topológicas (que opera com o espaço tridimensional) são elaborações científicas diferentes e descontínuas. Fazendo isso re-posicionamos as relações espaciais topológicas dentro dos processos de alfabetizações cartográficas, em que deixam de estar apenas em atividades didáticas primárias, para se alocarem em propostas que criem a oportunidade de explorarmos cartograficamente a real essência da geometria topológica. É importante evidenciar que tal movimento não se opõe às geometrias clássicas, ou tampouco elimina as abordagens da psicologia espacial construtivista que dão base aos ensinamentos do mapa. O que se pretende é fornecer possibilidades para pensarmos uma educação cartográfica plural que compreenda as várias compreensões espaciais (plana, tridimensional, relativa, virtual, espiritual...).

Palavras-chave: Relações espaciais. Sentidos de espaço. Geometria topológica. Rupturas epistemológicas.

ABSTRACT: This article is an attempt to dissipate some confusion surrounding spatial topological relations which are currently understood to be preliminary to projective-Euclidean relations. To this end, we draw on the philosophy of sciences (CHAUÍ, 2000) to examine the notions of evolution and progress contained in modernist narratives. In this field, we can understand Euclidean geometries (which work with flat space) and topological geometries (which work with three-dimensional space) as two distinct and discontinuous

¹Professora do curso de licenciatura da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará (Unifesspa) no Instituto de Estudos do Trópico Úmido (IETU), campus de Xinguara/PA. Atuou como professora de geografia na Educação Básica e como formadora pedagógica. Atualmente é coordenadora do Laboratório de Extensão e Pesquisa em Educação Geográfica (LEPEG), coordenadora voluntária do PIBID interdisciplinar - núcleo Xinguara. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1845-9384>. E-mail: thiara@gmail.com.

scientific elaborations. In this way, we reposition topological spatial relations within cartographic literacy processes, where they no longer appear only in primary didactic activities but are also assigned to proposals that create the possibility to explore the true essence of topological geometry through cartography. It is important to emphasize that such conception is not directed against classical geometries, nor does it exclude the constructivist approaches to spatial psychology that underlie the teaching of the map. The point here is to create possibilities to think about plural cartographic education that includes different understandings of space (flat, three-dimensional, relative, virtual, spiritual...).

Keywords: Spatial relationships. Senses of space. Topological geometry. Epistemological ruptures.

RESUMEN: Este artículo es un esfuerzo por deshacer una cierta confusión de que las relaciones topológicas espaciales serían una etapa que antecede a las relaciones proyectivo-euclidianas. Para ello, recurriremos a la Filosofía de las Ciencias (CHAUÍ, 2000), sobre las ideas de evolución y progreso presentes en las narrativas de la modernidad. En este campo, podremos comprender que las geometrías euclidianas (que operan con el espacio plano) y las topológicas (que operan con el espacio tridimensional) son elaboraciones científicas diferentes y discontinuas. De esta forma, repositonamos las relaciones espaciales topológicas dentro de los procesos de alfabetización cartográfica, en los que ya no se encuentran solo en actividades didácticas primarias, para ser asignadas a propuestas que generen la oportunidad de explorar cartográficamente la esencia real de la geometría topológica. Es importante resaltar que tal movimiento no se opone a las geometrías clásicas, ni elimina los enfoques de la psicología espacial constructivista que subyacen a las enseñanzas del mapa. La intención es brindar posibilidades para pensar en una educación cartográfica plural que incluya las diversas comprensiones espaciales (plana, tridimensional, relativa, virtual, espiritual ...).

Palabras clave: Relaciones espaciales. Sentidos del espacio. Geometría topológica. Rupturas epistemológicas.

INTRODUÇÃO

“Quando, por exemplo, comparamos a geometria clássica ou geometria euclídiana (que opera com o espaço plano) e a geometria contemporânea ou topológica (que opera com o espaço tridimensional), vemos que não se trata de duas etapas ou de duas fases sucessivas da mesma ciência geométrica, e sim de duas geometrias diferentes, com princípios, conceitos, objetos, demonstrações completamente diferentes. Não houve evolução e progresso de uma para outra, pois são duas geometrias diversas e não geometrias sucessivas.”
Marilena Chauí – Desmentindo a evolução e o progresso científico

Para nós, professoras e professores de geografia, podem ser recorrentes algumas questões sobre como “alfabetizar cartograficamente” nossos alunos e alunas. *Por onde deveríamos começar a estimular os primeiros mapeamentos de nossos discentes? Ou ainda, quais são as noções espaciais e cartográficas que deveríamos estimular?*

Neste contexto cartográfico-pedagógico costumamos também fazer perguntas diretamente para nossas alunas e alunos. *Quem está à frente de Valentina? Ou quem está entre Lívia e Laira?*

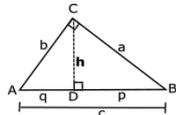
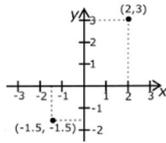
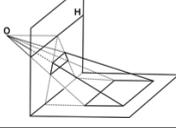
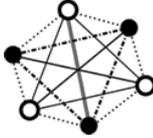
Quais os objetos que estão sob sua mesa? Quais os objetos que estão dentro da nossa sala de aula? E quais objetos estão fora de sua mesa? E o tamanho da mesa, qual é? E a minha mesa de professora, é maior ou menor que a de vocês? Nossas mesas têm o mesmo formato? Quem está sentado na fileira 3, na linha 4? Como podemos desenhar nossa sala de aula vista de cima? E por aí seguimos...até onde nossa criatividade permitir ou até o sinal da aula tocar.

Talvez essas perguntas sejam feitas por estarmos preocupados em compreender como se constroem as relações espaciais a partir da projeção do esquema corporal, e assim interpretarmos algumas “dificuldades” geográficas de nossos alunos e alunas. Nesse sentido, os estudos da psicologia genética de Jean Piaget (PIAGET e INHELDER, 1993) têm possibilitado uma compreensão e sistematização de alguns dos aspectos de como a criança constrói as relações espaciais, do espaço percebido ao representado, estabelecendo um elo entre os espaços geométricos e os espaços geográficos.

Entretanto, esse referencial da psicologia espacial apresenta algumas limitações, como a delimitação rígida de uma sequência cognitiva linear, evolutiva e unidirecional (BREDA, 2017). Nessa teoria, o domínio das relações espaciais segue uma sequência progressiva em que as relações espaciais topológicas tendem a ser meramente um estágio anterior, e devem ser superadas até que se alcance o domínio das relações euclidianas do espaço. É como se sempre fosse necessário que a criança, ao final, progreda das relações mais “simples” e elementares, para relações mais “complexas” e “superiores”, reforçando a ideia da evolução cognitiva em um caminho único do/no ato de mapear.

Em outras palavras, o que ocorre é que quando comparamos as relações espaciais topológicas, euclidianas e projetivas, não estamos diante de uma mesma geometria “universal” que teria evoluído de uma fase inicial a outra fase mais avançada, mas diante de teoremas geométricos distintos, baseados em axiomas², postulados³, definições⁴ e operações⁵ também distintas. Em cada uma dessas geometrias os métodos e modelos são distintos, conforme podemos observar no Quadro 1.

Quadro 1. Quadro-síntese dos ramos da Geometria

Ramos da Geometria		Propriedades	Características principais	Grandezas	Esquema Ilustrativo
Elementar	Euclidiana*	Quantitativa	Grandezas que não são alteradas pelos movimentos rígidos	Grandezas voltadas para as propriedades de medidas, ângulos formas/áreas das figuras	
	Análítica (ou de coordenadas)	Quantitativa		Estudo por meio das coordenadas numéricas	
Projetiva		Quantitativa	Conceitos que não são alterados com as transformações projetivas	Fundada na noção de ponto, linha e ângulo a depender da perspectiva	
Topológica		Qualitativa	Estudo das propriedades de figuras geométricas a partir de pontos e conexões	As relações são de ordem, continuidade e vizinhança	

Fonte: BREDA, no prelo.

Neste sentido, o presente texto⁶ se propõe a refletir sobre algumas implicações na/ da educação geográfica a partir do estabelecimento de hierarquias nas relações espaciais associadas a processos evolutivos de ensino-aprendizagem. Para isso, faremos uma breve apreciação sobre *rupturas epistemológicas* e *(r)evoluções científicas* para desfazer uma certa confusão, já anunciada na epígrafe que apresenta esse artigo, de que noções espaciais euclidianas seriam uma **evolução** das noções espaciais topológicas.

Na sequência, abordaremos o pensamento topológico e suas implicações no ensino da cartografia e ao final, alguns apontamentos sobre mapas topológicos e topografias envolventes não só como possibilidade, mas como uma necessidade para uma educação cartográfica plural.

RUPTURAS EPISTEMOLÓGICAS NECESSÁRIAS E (R)EVOLUÇÕES CIENTÍFICAS

“A ciência, portanto, não caminha numa via linear contínua e progressiva, mas por saltos ou revoluções.”

Marilena Chauí – Rupturas epistemológicas e revoluções científicas

A ideia do evolucionismo contaminou as ciências naturais e humanas, nos séculos XVIII e XIX, com uma concepção de progresso e uma perspectiva de superioridade características da modernidade ocidental. Suas narrativas de progresso legitimaram discursos colonizadores de corpos, territórios e conhecimentos.

Nas palavras de Chauí:

Evolução e progresso são a crença na superioridade do presente em relação ao passado e do futuro em relação ao presente. Assim, os europeus civilizados seriam superiores aos africanos e aos índios, a física galileana-newtoniana seria superior à aristotélica, a física quântica seria superior à de Galileu e de Newton. Evoluir significa: tornar-se superior e melhor do que se era antes. Progredir significa: ir num rumo cada vez melhor na direção de uma finalidade superior. Evolução e progresso também supõem o tempo como uma série linear de momentos ligados por relações de causa e efeito, em que o passado é causa e o presente, efeito, vindo a tornar-se causa do futuro.(...) Essa ideia encontra-se presente, por exemplo, na distinção entre países desenvolvidos e subdesenvolvidos. Quando digo que um país é ou está desenvolvido, digo que sei que alcançou a finalidade à qual estava destinado desde que surgiu. Quando digo que um país é ou está subdesenvolvido, estou dizendo que a finalidade – que é a mesma para ele e para o desenvolvido – ainda não foi, mas deverá ser alcançada em algum momento do tempo (...) (CHAUÍ, p. 325, 326).

Essas concepções distorcem o que parece ser conhecimento e desenvolvimento, criando uma ilusão de ótica do que é simples/complexo, organizado/desorganizado, controlado/descontrolado. Tal concepção epistemológica-cosmológica, ligada a pensamentos evolucionistas, refletem uma ideia de superioridade que considera uma ideia/indivíduo superior a outra/o. Essa hierarquização de posição cria estruturas competitivas entre o que está “no alto” e o que está “embaixo”, o que está “avançado” e o que está “atrasado”.

Essa ilusão é reforçada pela insistência da posição norte na parte de cima dos mapas. Essa direção cardinal cultural-cosmológica reflete uma ideia de superioridade do que está no alto sobre o que está na parte de baixo, considerando uma coisa/posição superior à outra.

Na geografia (não só a escolar, mas também), podemos identificar a propagação dessas ideias na construção de “geografias imaginativas” (MASSEY, 2017) quando se criaram categorias distintas e competitivas entre países desenvolvidos e subdesenvolvidos. O país desenvolvido seria aquele que alcançou a finalidade do “destino desenvolvimentista”. Já um subdesenvolvido, o que ainda não alcançou mas está em vias de alcançar, em algum momento, a etapa final/ideal de desenvolvimento, como se estivéssemos em uma corrida espacial com todos os países em um único caminho, direção e velocidade, alguns “mais adiantados” e outros “mais atrasados” em relação a um “desenvolvimento”. Nas palavras da autora:

Uma das temáticas mais importantes do ensino de Geografia é aquela que explora a questão do “desenvolvimento”, isto é, se o foco é sobre as desigualdades entre primeiro e terceiro mundos (a terminologia aqui é sempre inadequada) ou dentro de um país. (...) A própria linguagem que é usada projeta poderosamente essa imaginação. Termos como avançado e atrasado (e ao mesmo tempo “para trás” estão provavelmente menos em voga, por causa de suas implicações pejorativas, mas o emprego do termo “avançado” tem exatamente o mesmo efeito - avançado como contrário do quê?!). A terminologia de desenvolvimento pode ter as mesmas implicações. Atualizar os subdesenvolvidos para o mais otimista “em desenvolvimento” ainda coloca o país em desenvolvimento por trás daqueles que já são “desenvolvidos”. Além disso, exatamente o mesmo posicionamento implícito de algumas partes do mundo, como por trás e outros como na frente está implicado em todas as narrativas de uma “modernização” singular ou de um único caminho do “progresso”. Aqui está acontecendo uma manobra muito importante que, mais uma vez, diz respeito a como imaginamos o planeta e como nós concebemos o próprio espaço geográfico (...) Isto é, transformar as diferenças geográficas (diferenças reais, coexistentes) apenas em lugares na fila da história. (MASSEY, 2017, p.38)

Ao contextualizar as ideias de evolução científica e progresso dos conhecimentos humanos, Chauí (2000, p. 328) nos provoca com a seguinte questão: “Por que, então, temos a ilusão de progresso e de evolução?”. Em sua elaboração de “resposta”, Chauí considera duas perspectivas: de um lado o *cientista* e de outro o *não cientista*. Para o cientista, o progresso é uma vivência subjetiva, em que a evolução cria uma ilusão de que agora sabemos mais que antes, já que o paradigma anterior não nos deu respostas ou caminhos “corretos”. Se não reconhecemos a ruptura epistemológica no processo de demanda de novos modelos científicos, corremos o risco de interpretarmos aquilo que cientificamente abandonamos não como insuficiente/diferente, mas como errado/inferior, e a nova teoria como correta/superior.

Estes são pontos importantes para nossas reflexões epistemológicas pedagógicas, pois nos permitem reconhecer que não existe uma evolução entre as geometrias topológicas e euclidianas, mas uma **R**-evolução, uma quebra, uma mudança de teorema geométrico, não porque um teorema é superior ao outro, mas porque buscam respostas diferentes, com “modelos explicativos”, “elaborações científicas” e “ideais de cientificidade” diferentes e descontínuos. Ao se apoiar nas ideias de ruptura epistemológica de Bachelard para explicar essa descontinuidade no conhecimento científico, Chauí diz que:

Verificou-se, portanto, uma descontinuidade e uma diferença temporal entre as teorias científicas como consequência não de uma forma mais evoluída, mais progressiva ou melhor de fazer ciência, e sim como resultado de diferentes maneiras de conhecer e construir os objetos científicos, de elaborar os métodos e inventar tecnologias (CHAUÍ, 2000, p. 325).

Com essa lente, a noção que outrora adotamos universalmente em nossas práticas docentes de *alfabetização cartográfica*⁷, em que a concepção topológica seria uma etapa inicial/primária da construção do pensamento geoespacial, pode ser ampliada, como será abordado na próxima seção.

PENSAMENTO TOPOLÓGICO E SUAS IMPLICAÇÕES NO ENSINO DA CARTOGRAFIA

“... o desenvolvimento da álgebra contemporânea e das chamadas geometrias não-euclidianas (ou geometrias imaginárias) deram à matemática uma liberdade de criação teórica sem precedentes”

Marilena Chauí – A ciência exemplar: a matemática

De uma forma geral, muitos dos estudos centrados na cartografia moderna, por apresentarem preocupações métricas, descreveram as características que envolviam as noções espaciais com termos geometricamente quantitativos e evolutivos para apontar as características e as relações geométricas que interferem nas representações dos espaços. As relações entre os objetos ou fenômenos eram formuladas a partir de razões algorítmicas, analíticas e de teorias da informação e da semiologia gráfica (BERTIN, 1976; 1988).

É evidente que, naquele momento, os mecanismos, a natureza dos objetos e a estrutura dos elementos cartografados eram outros. Conforme ressalta Hessler (2009) esses mapas estavam centrados nos mapeamentos da forma da Terra, dos contornos, padrões de drenagem, temperaturas, pressões, precipitação, correntes marítimas e similares, com ênfase na geografia física quantitativa. Mesmo assim é importante frisar que, ao utilizarem a geometria elementar para esses estudos de mapeamentos terrestres, esqueceram que essa mesma superfície é baseada também em fenômenos sociais que nem sempre podem ser quantificados e representados em uma malha cartesiana (x,y). Uma das consequências desse “esquecimento” foi a propagação da ideia de que a representação do espaço topológico é rudimentar e “precária” (em seu sentido pejorativo) e, portanto, socialmente “ineficaz” (HARVEY, 2014). Com isso, a dimensão topológica e suas possibilidades de representações cartográficas ficaram em desvantagem, e foram pouco exploradas pela cartografia moderna.

No campo da psicologia espacial, por exemplo, ao buscarem uma compreensão da aquisição psicológica do espaço, muitas teorias geográficas aliadas a teorias cognitivas construtivistas (PIAGET e INHELDER, 1993; HANNOUN, 1977, CATLING, 1978, LURÇAT, 1979) acabaram reforçando essa ideia de que as relações espaciais topológicas são estruturas “simples” e que devem, portanto, evoluir para, ao “final” do processo, atingir estágios “mais complexos”.

Mesmo que algumas dessas investigações citadas anteriormente não tenham sido pensadas especificamente para o espaço geográfico, e sim com noções do espaço lógico-matemático-euclidiano, o ensino de geografia de uma forma geral acabou incorporando tais premissas evolutivas. São habituais, por exemplo, as reflexões piagetianas em

torno da passagem do espaço percebido para o espaço representado se dar a partir da “evolução” das noções espaciais. No prólogo do livro “A representação do espaço na criança” encontramos a seguinte explicação de Piaget e seus colaboradores:

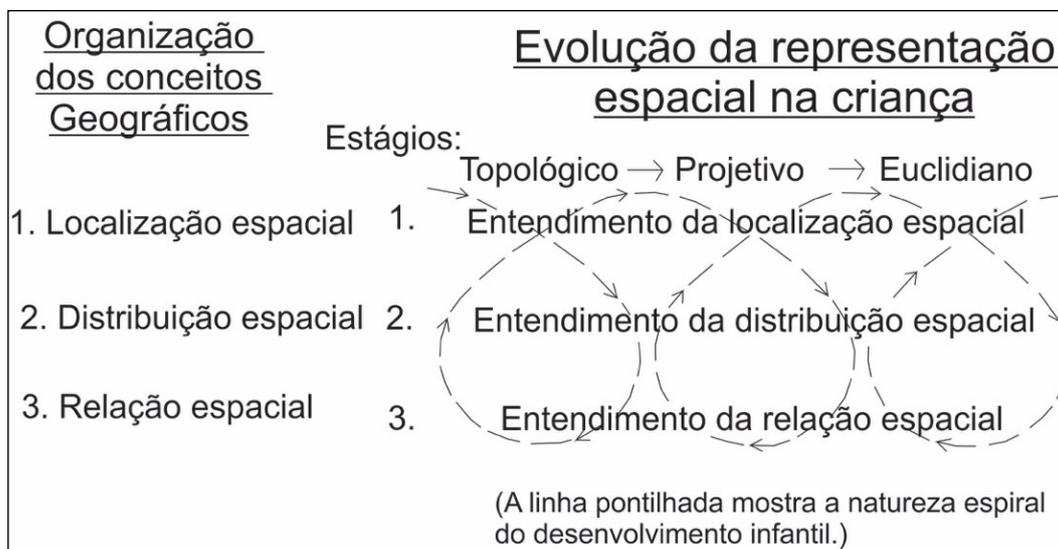
(...) na medida em que a **evolução** das diversas formas de pensamento da criança é de natureza a nos informar sobre o mecanismo da inteligência e sobre a formação da razão humana em geral, o problema do espaço apresenta uma importância primordial. (...) a análise abstrata dos geômetras tende a demonstrar que as **noções espaciais fundamentais** não são euclidianas: são “topológicas”, isto é, repousam simplesmente nas correspondências qualitativas bicontínuas que recorrem aos conceitos de vizinhança e de separação, de envolvimento e de ordem etc., mas ignoram qualquer conservação das distâncias, assim como toda projetividade. Ora, nós constataremos precisa e incessantemente que o **espaço infantil, cuja natureza essencial é ativa e operatória, começa por intuições topológicas elementares** (...). O ensino de geometria poderia ganhar muito ao adaptar-se à evolução espontânea das noções (PIAGET e INHELDER, 1993, p. 11-12 – grifo próprio).

Neste mesmo livro, no capítulo “Os esquemas topográficos e o mapa da aldeia” (PIAGET e INHELDER, 1993, p. 446- 466), encontramos experimentos com esquemas topográficos que analisam a aquisição progressiva das três relações espaciais (as relações topológicas, as relações projetivas e as relações euclidianas). Nesses estudos, as relações espaciais topológicas são compreendidas como as mais elementares, pois consideram “apenas” o objeto em si mesmo. As relações de vizinhança, de separação, de ordem, de envolvimento e de continuidade seriam então estabelecidas pouco a pouco neste estágio, porém sem conservar as distâncias métricas, retas, ângulos etc. Quando essas relações elementares são coordenadas com diferentes perspectivas ou com eixos verticais e horizontais, tais relações evoluem para as relações projetivas e euclidianas. De acordo com os resultados obtidos por Piaget e seus colaboradores, as relações projetivas seriam geometricamente mais complexas do que as relações topológicas:

O espaço perceptivo [espaço gráfico] é construído segundo uma ordem de sucessão que vai das relações topológicas iniciais a relações projetivas e métricas, depois, finalmente, a relação de conjuntos ligadas aos deslocamentos dos objetos, uns relativamente aos outros (PIAGET e INHELDER, 1993, p. 60).

Na referida teoria, correlativamente à construção do sistema de perspectivas, ocorreria também a coordenação entre os objetos no espaço euclidiano, situando-os uns aos outros e em um sistema de coordenadas por meio da construção da noção de paralelos, ângulos, proporções e semelhanças. A partir destes referenciais, Catling (1978) correlacionou a evolução destes estágios com os conceitos geográficos de entendimento da localização espacial, entendimento da distribuição espacial e entendimento da relação espacial (Figura 1).

Primeiramente, a criança aprende com a experiência a distinguir os objetos que estão perto e objetos que estão mais distantes. À medida que a criança desenvolve ainda mais a sua capacidade de movimento, ela começa a explorar o ambiente imediato e logo se torna consciente da noção de profundidade, distância e direção. É neste ponto que suas relações topológicas iniciais evoluem para percepções projetivas (CATLING, 1978, p. 25 - traduzido).



Fonte: CATLING, 1978, p. 25 – Tradução própria.

Figura 1. Estágios da representação espacial na criança.

As coordenadas do espaço euclidiano seriam, portanto, a “fase final” do conjunto progressivo das relações dos objetos entre si, com a construção de planos e ângulos a partir dos eixos de localização dos objetos no espaço, conforme se observa no quadro a seguir.

Quadro 2. Resumo das relações espaciais nos estudos de Piaget e Inhelder (1993); Hannoun (1977); Catling (1978).

	Característica	Noções
Topológica	<ul style="list-style-type: none"> - Localização dos elementos uns em relação aos outros, com a localização do próprio sujeito, mas sem as relações com objetos exteriores. - Relaciona mais a forma que a localização, com a simples descrição de lugares. 	Vizinhança, separação, ordem, envolvimento e continuidade.
Projetiva	<ul style="list-style-type: none"> - Coordenação das perspectivas dos objetos distintos entre si num dado ponto de vista, conservando as posições reais (projeções). - Inicialmente não conservam distâncias e dimensões como um sistema de coordenadas, considerando seu ponto de vista como único. 	Perspectiva, projeção e rebatimento à esquerda/à direita, em cima/embaixo, em frente/atrás.
Euclidiana	<ul style="list-style-type: none"> - Simultâneas às projetivas e nelas se apoiam. - Coordenação e colocação dos objetos espaciais distintos entre si num sistema de coordenadas, num dado ponto de vista. - Consideram os deslocamentos, as relações métricas. - Concepção exata das relações espaciais dos lugares. 	Proporção dos elementos uns em relação aos outros e em relação ao plano de base, forma e quantidade correta dos elementos

Fonte: Organizado pela autora.

É possível observar no Quadro 2 uma propensão a uma aprendizagem e domínio do espaço absoluto, seguindo uma sequência progressiva com o prevalecimento de (apenas) UMA racionalidade espacial. Com isso, eliminam-se as possibilidades para um mapeamento com relações topológicas sem que ele seja considerado como estágio inicial do processo, uma etapa a ser superada até chegar ao domínio das relações euclidianas.

É a partir dessa reflexão sobre esse campo da psicologia espacial que se compreende a passagem da percepção espacial (ligada à fase piagetiana do espaço senso-motor) ao

espaço representativo (ligado à formação de uma imagem e o aparecimento da linguagem), em que o discurso topológico encaixado dentro de uma perspectiva linear e progressiva é insuficiente (o que significa errado), pois tende a uma “divisão arquetípica do espaço”, que instaura permanências culturais e que privilegia apenas um ponto de referência espacial: a euclidiana. (BETTANINI, 1982). Nas palavras do autor:

A topologia recusa o espaço das distâncias e das medidas, afirmando seu próprio domínio sobre as “propriedades invariáveis do espaço em relação às ‘deformações bicontínuas’, como as que se realizam distendendo uma tira de borracha sem dobrá-la nem quebrá-la (BETTANINI, 1982, p. 43).

Pensando assim, novas questões podem surgir: *Quais seriam as relações espaciais elementares? As primeiras aquisições das crianças são topológicas, euclidianas ou projetivas? Existe uma hierarquia ou um sentido evolutivo entre as três relações espaciais geométricas?* Assim como se consolidou no ensino da matemática (BORGES, 2005), a geografia escolar tem priorizado ensinar primeiramente as relações “elementares” topológicas, depois as projetivas e finalmente as euclidianas.

O que é problematizado aqui não é tanto a ordem que ensinamos as relações (afinal temos que partir de algum ponto). A provocação se dá quando, no momento em que se “alcançam” as noções métricas euclidianas-projetivas, as noções consideradas “elementares” paradoxalmente são abandonadas ou desprezadas. Talvez seja insuficiente abordar as questões elementares apenas como início do processo. Talvez as noções topológicas devam ser consideradas durante todo o período de construção das relações espaciais e não apenas como um estágio de desenvolvimento a ser superado.

Quando relacionamos o processo de ensino-aprendizagem à construção gradativa das relações espaciais é preciso ter a clareza de que espaço estamos falando. O que ocorre muitas vezes é que naturalizamos apenas UMA concepção de espaço, o absoluto, geométrico-euclidiano, e estabelecemos apenas uma forma de mensuração e de representação como possível (BREDA, no prelo). Soma-se a isso a confusão de que as representações euclidianas são tomadas como “sinônimo” do real ou da qualidade/rigor do mapa, como se essa relação fosse o ápice do domínio cartográfico na fase escolar.

É importante esclarecer que esses apontamentos não são novos no Brasil. Katuta, em sua tese, já chamava a atenção para o fato de que a Geografia brasileira hegemonicamente ensinada, expressa na cartografia e na ênfase dada às noções de espaço euclidianas e projetivas em detrimento das relações espaciais topológicas, auxilia o processo de (re) produção do espaço para o capital, que quantifica a experiência total do homem através da geometria euclidiana. Nas palavras da autora:

(...) com as navegações e o mercantilismo, ocorre um esgarçamento do tecido da cartografia e geografia cristã, suas urdiduras e teceduras já não mais auxiliam na racionalização hegemônica do mundo. Uma outra malha de racionalidade é exigida: o cartesianismo emerge como resposta às demandas da espacialidade burguesa que estava a se disseminar pelo mundo. A exatidão da localização e descrição dos corpos, dos continentes, nas representações cartográficas e geográficas passa a ser perseguida com afinco, por ser a condição para o domínio capitalista de outros territórios e de tudo o que neles

existia. (...) Afinal de contas, é preciso saber se deslocar no espaço em direção às áreas fornecedoras e consumidoras de mercadorias, é preciso mapear a localização das matérias-primas, verificar seu potencial de exploração. (...) O mapa, bem como a geografia que doravante serão ensinados-disseminados à população, instrumentalizam para um eficiente deslocamento e exploração da natureza, em uma superfície terrestre cuja extensão passa a ser considerada como característica primordial ou essencial (...) **Dessa maneira, as relações espaciais euclidianas e projetivas foram valorizadas em detrimento das topológicas.** (KATUTA, 2004, p. 186-187 – grifo próprio)

Com isso, a autora problematiza que uma das consequências de uniformizar a espacialidade e as práticas espaciais, a partir apenas de uma ideia de exatidão ou de deslocamentos eficientes em um espaço uniforme, é inviabilizar a concepção topológica de espaço e, portanto, a corporeidade humana, requisito de toda espacialidade. A espacialidade re(produzida) pelas escolas passa a ser aquela regida pelo capital: a noção quantitativa de espaço euclidiana e projetiva.

Em um verdadeiro paradoxo, a geografia escolar acaba legitimando e disseminando uma dimensão da espacialidade humana como espaço físico/métrico, menosprezando o espaço corpóreo/topológico na cartografia escolar. A espacialidade vivida pelas crianças, essencialmente qualitativa (e, portanto, topológica) passa a ser orientada (e muitas vezes sucumbida) por uma espacialidade artificial de um mundo quantificado, baseado na medida euclidiana e na perspectiva projetiva. Conforme nos alerta Bettanini, **viver o espaço** significa, portanto, senti-lo em “primeira pessoa”, referi-lo ao “meu” corpo:

O *espaço vivido* deixa de lado, portanto a concepção geométrica de um só espaço uniforme para restabelecer as variedades de espacialidade: há, no espaço vivido, uma diversa modalidade de viver a noção de *distância*. Uma “distância-qualidade” que difere radicalmente da noção geométrica (Intervalo que separa dois pontos do espaço”, *ibid.*, p. 408): em outras palavras, que nada tem de quantitativo. (...) Estudar o espaço vivido significa superar a dimensão do espaço-extensão, ou espaço suporte das atividades, para acolher a noção de representação do espaço, como espaço construído através do olhar das pessoas que o vivem-habitam. Como espaço produzido pelos valores e pela ideologia (cultural, social, econômica) (1982, p. 115, 118 – destaques no original)

Nesse mesmo sentido, Katuta questiona os fundamentos da crença na existência de concepções espaciais e estruturas de pensamento universais, frutos da adoção de categorias e princípios lógicos da modernidade e sua ideia de razão e evoluções, na qual nos referimos na seção anterior.

Ao ponto de vista qualitativo sobre o mundo opõe-se outro essencialmente quantitativo, negando-se assim a dialética e o movimento, necessários à realização do conhecimento. Da ênfase às singularidades que desconsiderava particularidades e generalidades, passa-se a focalizar as generalidades em detrimento das particularidades e singularidades. É que tanto no Medievo quanto no Renascimento negou-se o movimento dialético por meio do qual se realiza o conhecimento voltado à autonomia intelectual: a passagem da singularidade

para a particularidade e generalidade em seus infundáveis movimentos e transformações. É por meio desse processo que ocorre a estrangeirização discente no ensino da geografia hegemônica. (KATUTA,2004, 189)

Se pensarmos aqui rapidamente no círculo e no retângulo numa lógica topológica, os experimentos piagetianos sobre as distinções dos desenhos geométricos das crianças precisariam ser revistos. Poderíamos, por exemplo, afirmar topologicamente que círculos e retângulos são iguais, já que não estamos considerando a propriedade forma, mas as propriedades de ordem, continuidade e de vizinhança que se mantiveram nas transformações topológicas (Figura 2).

Relação	Característica	Esquema
Ordem	A sequência dos pontos ABDFCE é mantida nas figuras	
Vizinhança	Interioridade e exterioridade são mantidas (o que estava dentro do retângulo, permanece dentro do círculo, e o que está fora do retângulo, se mantém fora do círculo)	
Continuidade	Não há fusão ou quebra da linha.	

Fonte: a autora.

Figura 2. Demonstração de transformação topológica: Retângulo e círculo.

Isso significa dizer que do ponto de vista topológico não há uma “confusão” (ou não é um “erro” geométrico) se uma criança afirmar que um círculo tem equivalências com um retângulo. Talvez o “erro” esteja na interpretação do universo adulto, ao não compreendermos que a resposta da criança, por estar atrelada a um pensamento topológico, interpreta a semelhança entre os dois objetos. Talvez nos falte exatamente uma ponderação projetiva para entender que essas interpretações geométricas dependem de um ponto de vista (*olhamos desde uma perspectiva euclidiana ou topológica?*), e que se dependem de um ponto de vista, sua “forma” pode mudar, de acordo com onde ou com que lentes olhamos.

APONTAMENTOS

“Contudo, a teoria da relatividade mostrou que as leis da Natureza dependem da posição ocupada pelo observador; isto é, pelo sujeito do conhecimento e, portanto, para um observador situado fora de nosso sistema planetário, a Natureza poderá seguir leis completamente diferentes, de tal modo que, por exemplo, o que é o espaço e o tempo para nós poderá não ser para outros seres (se existirem) da galáxia; a geometria que seguimos pode não ser a que tenha sentido noutra sistema planetário; o que pode ser contraditório para nós poderá não ser para habitantes de outra galáxia e assim por diante.”

Chauí - Ampliando nossa ideia de razão

Fizemos aqui um reposicionamento da geometria topológica a fim de olharmos para além das formas ou das linhas projetivas. Assim, seja em um contexto mais amplo e filosófico como apresentado da segunda seção, seja em um contexto específico do ensino de cartografia, se considerarmos a noção topológica como “simples” ou “primária” dentro de uma lógica evolutiva, e por conseguinte menos digna de nossa atenção, corremos o risco de ignorarmos tais relações em nossas práticas (pedagógicas), ou de as vincularmos a uma hierarquia na direção de uma noção mais complexa, tida como superior ao elemento “primitivo”.

Em contextos escolares, muitas das minhas atividades atropelavam o “simples” para servir a uma dita estrutura “mais complexa” intelectualmente (BREDA, 2017). Essa formação da consciência espacial acelerada privou, muitas vezes, a oportunidade da exploração da real essência qualitativa das noções e relações topológicas.

Meu desejo é que possamos (e eu me incluo fortemente aqui com todas as minhas premissas intelectuais e ansiedades pedagógicas) pensar mapas topológicos que possam sim funcionar como processos inacabados, mas que esse pensamento não seja considerado o meio do caminho de uma intenção de mapas projetivos/euclidianos como resultado/produto final a ser atingido. Que possamos amenizar nossas preocupações métricas de distância ou de formatos, não grafando o espaço geográfico (apenas) com unidades mensuráveis, em superfícies planas e com escalas métricas, mas também com as conectividades e relações.

Isso porque considero que a escolha da estrutura das representações – topológica, projetiva ou euclidiana – em um mapeamento não envolve apenas domínios de noções espaciais ou de aquisição de habilidades de desenho, mas está implicada numa escolha de teoria espacial e de métodos cartográficos, e, portanto, englobam concepções epistemológicas, políticas e ideológicas (BREDA e BREDA, 2020 e BREDA, 2021).

É importante evidenciar que tal movimento não se opõe às geometrias clássicas, tampouco elimina as abordagens da psicologia espacial construtivista que dão base aos ensinamentos do mapa. Se assim o fizéssemos estaríamos dentro da lógica da exclusão, apenas com hierarquias geométricas trocadas ou invertidas. As geometrias euclidianas e topológicas partem de elaborações e sentidos espaciais distintos, não existindo uma certa e outra errada. Na geometria euclidiana o espaço é aquele homogêneo, sem distinções qualitativas. Na geometria topológica o espaço está voltado para propriedades qualitativas entre alto, baixo, frente, atrás, longe, perto, aberto e fechado. O que temos são geometrias distintas, com ideias de científicidades distintas e descontínuas.

Nesse sentido, já que falamos de projeções, urge que possamos recorrer a uma topografia envolvente, em que o distanciamento do mapeador não seja apenas o de um olhar soberano, distante, em uma perspectiva apenas externa ao objeto mapeado. Apesar de Chauí fazer, na epígrafe que apresenta esse texto, uma referência literal aos planetas e galáxias, não precisamos ir tão longe. Mesmo aqui, neste mesmo planeta, nos deparamos com cosmologias distintas da cristã-moderna, em que a ideia de natureza, corpo-mente e espaço não cabem numa folha de papel ou não podem ser situadas apenas em coordenadas geográficas (BREDA, 2021).

Sei que pode ser polêmico reexaminar uma epistemologia hegemônica tradicionalmente construída. Por isso reforço mais uma vez que a proposta aqui não é a de abandonar o quadro teórico da psicologia espacial mas a de, por um lado, entender que este quadro faz parte de um sistema cartesiano, e por outro, a de pensar que podemos incorporar outras espacialidades. Isso porque acredito nas palavras de Bettanini (1982, p. 81):

Através da dimensão da linguagem – entendida como faculdade simbólica – através da análise de um código que regula os três sistemas – o sintático, o semântico, e o comportamental – podemos reconstruir as regras que levam a produzir, no interior de uma cultura, os significados espaciais e que nos conduzem à percepção do espaço.

É neste ponto que a geografia cultural-humanista-decolonial (PORTO-GONÇALVES, 2015; MASSEY, 2004, KATUTA 2013; TUAN, 1975, 2013, SEEMANN, 2001; PIKCLES, 2004, BREDA, 2020, 2021) pode intervir, ao reconduzir uma ideia de evolução espacial de um determinado grupo humano, que tende a se universalizar, ao mesmo tempo que insere reflexões sobre as diversidades dos “arquétipos espaciais” e a necessidade de transcendermos as nossas compreensões de espaço rumo à multiplicidade subjetiva de nossas experiências, que encontra suas próprias raízes no espaço vital. Deixo então essas últimas referências bibliográficas, indicadas propositalmente no último parágrafo, a fim de estimular quem me lê, a partir de aqui, a seguir por “conta própria”, procurando (re)construir suas referências científicas e percursos epistemológicos rumo a uma educação cartográfica plural e decolonial.

NOTAS

2 “Um **axioma** é um princípio cuja verdade é indubitável, necessária e evidente por si mesma, não precisando de demonstração e servindo de fundamento às demonstrações. Por exemplo: o todo é maior do que as partes; duas grandezas iguais a uma terceira são iguais entre si; a menor distância entre dois pontos é uma reta” (CHAUÍ, 2000, p. 330).

3 “Um **postulado** é um princípio cuja evidência depende de ser aceito por todos os que realizam uma demonstração matemática (...). Por exemplo: “Por um ponto tomado em um plano, não se pode traçar senão uma paralela a uma reta dada nesse plano” (CHAUÍ, 2000, p. 330).

4 “Uma **definição** pode ser nominal ou real. A definição nominal nos dá o nome do objeto matemático, dizendo o que ele é. É analítica, pois o predicado é a explicação do sujeito. Por exemplo: o triângulo é uma figura de três lados; o círculo é uma figura cujos pontos são equidistantes do centro. Uma definição real nos diz o que é o objeto designado pelo nome, isto é, oferece a gênese ou o modo de construção do objeto. Por exemplo: o triângulo é uma figura cujos ângulos somados são iguais à soma de dois ângulos retos; o círculo é uma figura formada pelo movimento de rotação de um semieixo à volta de um centro fixo.” (CHAUÍ, 2000, p. 330).

5 “**Demonstrações e operações** são procedimentos submetidos a um conjunto de regras que garantem a verdade e a necessidade do que está sendo demonstrado, ou do resultado do cálculo realizado.” (CHAUÍ, 2000, p. 330).

6 Este artigo é uma ampliação e continuação do capítulo “Para além dos mapas topográficos: notas sobre cartografias topológicas e distâncias distorcidas” (BREDA, no prelo) em que foram abordadas as possibilidades de dados qualitativos serem mapeados com um método geométrico qualitativo (geometrias não-euclidianas). Para isso, o texto trouxe um resgate de como nos apropriamos da matemática (mais especificamente da geometria elementar) para representar objetos, fenômenos ou processos. Um dos diagnósticos foi o de que exploramos pouco outros ramos da geometria que poderiam nos oferecer possibilidades cartográficas, em que os fenômenos fossem representados por meio das conexões de pontos de referências, sem uma preocupação com distância métrica, forma ou projeções.

7 Há um longo debate sobre os termos alfabetização e letramento cartográfico. Para uma consideração mais completa consultar “Alfabetizar letrando: possibilidades para uma cartografia porosa” (BREDA e STRAFORINI, 2020)

REFERÊNCIAS

- BERTIN, J. **Sémiologie Graphique. Les diagrammes, les réseaux, les cartes**. Paris, La Haye, Mouton, Gauthier-Villars, 1967.
- BERTIN, J. Ver ou ler: um novo olhar sobre a Cartografia. **Seleção de Textos**. São Paulo, AGB, n.18, p.41-43, 1988.
- BETTANINI, T. **Espaço e ciências humanas**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1982.
- BORGES, C. C. A topologia: considerações teóricas e implicações para o ensino da matemática. **Caderno de Física da UEFS**, v.3, n. 2, p.15-35, 2005.
- BREDA, T. V. “**Porque eu tenho que ensinar lateralidade?**”: **experiências formativas com professoras dos anos iniciais**. Tese (Doutorado em Ciências e Doutorado em Educação). Universidade Estadual de Campinas, Universidade Autónoma de Madrid, Campinas, 2017.
- BREDA, T. V. La construcción de las relaciones proyectivas en el juego “Puntos de Vista”. **Revista Anekumene**, v.14, p.57 - 65, 2018.
- BREDA, T. V. Mapas (de) indígenas na Amazônia: por uma cartografia decolonial. **Revista Ciência Geográfica – Dossiê Amazônia III**, Seção Bauru, Editora Saraiva v. XXV, 2021.
- BREDA, T. V. Políticas curriculares em contextos amazônicos: os desafios para uma educação indígena com/na/pela diferença. **Revista Ciência Geográfica Ensino - Pesquisa – Método**. Dossiê Ensino de Geografia. VOL. XXIV, No 1, dez/jan de 2020, p. 353-674.
- BREDA, T. V. Razões cartográficas e motivos de mapeamentos: notas sobre representações espaciais indígenas. **Rae’ga**, Número temático A Amazônia pela “lente” da geografia em suas múltiplas escalas. V.52, p. 151–171, 2021.
- BREDA, T. V. Para além dos mapas topográficos: notas sobre cartografias topológicas e distâncias distorcidas. In: MARANDOLA, E. **Contribuições humanistas para a geografia contemporânea**. Teresina: EDUFPI, no prelo.
- BREDA, T. V. BREDA, T. V. Da Política Pluralista para a Cartografia Plural: contribuições da Teoria do Discurso. In: STRAFORINI, R. et al. **Sentidos de Geografia nas práticas escolares, políticas curriculares e na formação de professores**. Jundiaí: Paco Editorial, 2020, v.1, p. 291-321.
- BREDA, T. V.; STRAFORINI, R. Alfabetizar letrando: possibilidades para uma cartografia porosa. **Ateliê geográfico (UFG)**. v. 14, n. 2, p. 280 – 297, 2020.
- CHAUI, M. **Convite à Filosofia**. São Paulo: Ática, 2000.
- HANNOUN, H. **El niño conquista el medio**; Buenos Aires: Kapelusz, 1977.
- HARVEY, S. Twisted Logics: A Topological Turn in Counter-cartography and Some Artistic Antecedents. In: MOSER, Christian, KRAMER, Kirsten (orgs.). **Figuren des Globalen: Weltbezug und Welterzeugung in Literatur, Kunst und Medien**. V&R, 2014, p. 567-576.
- HESSLER, J. How to Map a Sandwich: Surfaces, Topological Existence Theorems and the Changing Nature of Modern Thematic Cartography, 1966-1972. Online **Journal of the Map and Geography Round Table of the American Library Association**. Series

A, p. 1-19, 2009.

KATUTA, Â. M. **O estrangeiro no mundo da Geografia**. 2004. 261f. Tese (Doutorado em Geografia Física) – Universidade de São Paulo, São Paulo.

KATUTA, Â. M. **A(s) natureza(s) da cartografia**. *Geograficidade*, v. 3, Número Especial, Primavera, p. 7-21, 2013.

LURÇAT, L. **El niño y el espacio del niño: la función del cuerpo**. México: Fondo de Cultura Económica, 1979.

MASSEY, D. **Filosofia e política da espacialidade: algumas considerações**. *Geographia*, Niterói, ano VI, n.12, 2004.

MASSEY, D. **Pelo Espaço. Uma Nova política das espacialidades**. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2017.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **A representação do espaço na criança**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.

PICKLES, J. A. **history of spaces: cartographic reason, mapping and the geo-coded world**. London: Routledge, 2004

PORTO-GONÇALVES, C. W. Geo-grafias. *Revista Cardinalis*, v. 4, p. 230-263, 2015.

SEEMANN, J. Cartografias culturais na Geografia Cultural: entre mapas da cultura e a cultura dos mapas. *Boletim Goiano de Geografia*, Goiânia, v. 21, n.2, p. 61-82, 2001.

TUAN, Y.-F. **Espaço e lugar: a perspectiva da experiência**. Londrina: Eduel, 2013.

TUAN, Y.-F. Images and mental maps. *Annals, Association of American Geographers*, v. 65, n. 2, 1975.